8/3/17

Αριθμητικά Μεγέθη

Για $x_1, \ldots, x_n$ τ.δ. από πληθυσμό X

- Μέτρο Θέσης: Μέσος όρος $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, κορυφή x, διάμεσος m, εκατοστιαία σημεία $L = \frac{1}{n}\sum x_i f_i$

- Μέτρα Μεταβλητότητας

Μέτρα Θέσης

Ροπές Διηρημένος:

$p = 0{,}01, \ldots, p = 0{,}95$

Το $100\,p\%$ εκατοστιαίο σημείο, x_{100p} είναι η τιμή για την οποία το $100\,p\%$ των μετρήσεων είναι μικρότερη ή ίση με το x_{100p}

$x_{10}, \ldots, x_{90}$ Δεκατημόρια $x_{25}, x_{50} (=M), x_{75}$: τεταρτημόρια. Το x_{100p} θα βρίσκεται στην i-οστή ομάδα αν $F_{i-1} < n \cdot p \leq F_i$, $F_0 = 0$ και δίνεται από τη σχέση: $x_{100p} = L_i + L_i \frac{np - F_{i-1}}{F_i}$

Παράδειγμα

$x_{25} = ;$ $pn = 0{,}25 * 60 = 15$

Επειδή, $8 < 15 \leq 19 (= F_2)$, το x_{25} ανήκει στην 2 ομάδα. ~~x_{25} ...~~

Αρ. x_i	όρια [ ]	τιμή x_i	Συχνότητα f_i	Αθρ. Συχ. F_i
1	[160,5, 185,5]	173	8	8
2	[185,5, 210,5]	198	11	19
3	[210,5, 235,5]	223	13	32
4	[235,5, 260,5]	248	10	42
			⋮	⋮
			$n = 60$	60

μέσο εύρος $= \frac{1}{2}(\min x_i + \max x_i)$

$$X_{25} = L_2 + d\,\frac{15 - F_1}{f_1} = 183.5 + 25\,\frac{15 - 8}{17}$$

$= 201,4$

Μέση Τιμή Δείγματος με βάρη

Για τα $x_1, \dots, x_n$ με βάρη $w_1, \dots, w_n$

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i x_i}{\sum_i w_i}$$

I	II	III
$2\begin{cases} 2 \\ 4 \end{cases}$	$3\begin{cases} 1 \\ 2 \\ 3 \end{cases}$	$4\begin{cases} 5 \\ 3 \\ 2 \\ 1 \end{cases}$
$\bar{x}_1 = 3$	$\bar{x}_2 = 2$	$\bar{x}_3 = 4$

$$\bar{x}_{o\lambda} = \frac{3 + 2 + 4}{3} = 3$$

$$\bar{x}_1 = \frac{4 + 2 + 1 + 2 + 3 + 3 + 2 + 6}{9}$$

$$= \frac{26}{9} = 3$$

$$= \frac{26}{9} \checkmark$$

• Μέτρα Μεταβλητότητας

I	II	III	
8	4	1	
9	4	3	
10	10	10	← M
11	13	17	
12	16	19	
s^2: 2,5	22,5	110	

Ο ΜΟ $\bar{x}$ είναι 10 και στα 3 δείγματα

Εύρος $= R = max\,x_i - min\,x_i$

• $\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}(x_i-\bar{x})=0$

• $\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}|x_i-\bar{x}|\cdot x$

$S'^2 = \frac{1}{n}\sum_{i}^{n}(x_i-\bar{x})^2$ → Στη χρησιμο- ποιείται πολύ → Δειγματική διακύμανση

Εκτιμητική: $s^2 = \frac{1}{n-1}\cdot\sum_{1}^{n}(x_i-\bar{x})^2$

$= \frac{1}{n-1}\left[\sum_{1}^{n}x_i^2 - n\bar{x}^2\right]$

αμερόληπτη διασπορά

2η Μορφή

• $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{1}^{k}(x_i-\bar{x})^2 f_i$

$= \frac{1}{n-1}\left[\sum_{1}^{k}x_i^2 f_i - n\bar{x}^2\right]$

$S' = +\sqrt{S'^2}$, $s = +\sqrt{s^2}$

$P\left[\mu - k\sigma \le x \le \mu + k\sigma\right] \ge 1 - \frac{1}{k^2}$

$\bar{x}$ s

Συντελεστής Μεταβλητότητας

$CV = \frac{s}{|\bar{x}|}$ ή $CV = \frac{s}{|\bar{x}|} \cdot 100\,\%$.

Παράδειγμα: $\bar{x}_1 = 10$ cm, $s_1 = 0,05$

$\bar{x}_2 = 1$ cm, $s_2 = 0,05$

$CV_1 = \frac{0,05}{10} \cdot 100\,\%$ $\quad CV_2 = \frac{0,05}{1} \cdot 100\,\%$

$0,5\,\% < 5\,\%$

Παράδειγμα 2

Μαθ 1: $13, 16, 19 \to \bar{x}_1 = 16$

2: $93, 96, 99 \to \bar{x}_2 = 96$

$CV_1 = \frac{3}{16} \cdot 100\,\%$ $\quad CV_2 = \frac{3}{96} \cdot 100\,\%$

$18,7\,\%$

Ροπές

Δείγματος $(x_1, \ldots, x_n)$ $[\,E(x^r),\ E(x-\mu)^r,\ E[(\frac{x-\mu}{\sigma})^k]\,]$

1. Δειγματική ροπή κ-τάξης περί το μηδέν
$$m_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^k, \quad k = 1, 2, 3 \ (\text{για } k=1 \to m_1 = \bar{x})$$

2. Δειγματική κεντρική ροπή κ-τάξης
$$v_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^k \quad k = 2, 3 \ldots$$

3. Δειγματική τυπική ή κανονικοποιημένη ροπή κ-τάξης:
$$a_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{s}\right)^k \quad k = 2 \ldots$$

$\alpha_3 =$ συντελεστής λοξότητας ($\alpha_3 \approx 0$)

$\alpha_4 \approx$ συντελεστής κυρτότητας ($\alpha_4 \approx 3$)

$M_x(t) = E(e^{tx})$

i) $\mu_k = \mathcal{E}(x^k) = \frac{d^k m_X(t)}{dt^k}\Big|_{t=0}$

ii) $m_{\alpha X+\beta}(t) = \mathcal{E}(e^{(\alpha X+\beta)\cdot t}) = e^{\beta t}\cdot \mathcal{E}(e^{\alpha X t}) = e^{\beta t} m_X(\alpha t)$

iii) $m_{\sum_{i=1}^{n} X_i}(t) = m_{X_1}(t) \dots m_{X_n}(t)$ for $X_1, \dots, X_n$ ind. ...

iv) $m_X(t) = m_Y(t)$ $\forall$ $X \sim Y$